Grundrechenarten mit Potenzen

1.4.3 Grundrechenarten mit Potenzen

Addition und Subtraktion

Regel 1: **Nur Potenzen mit gleichen Basen und gleichen Exponenten lassen sich addieren oder subtrahieren.**

$a^n + \ldots + a^n$ (m Summanden) $= m \cdot a^n$

z. B.: $2^3 + 2^3 + 2^3$ (3 Summanden) $= 3 \cdot 2^3$

Multiplikation und Division

Regel 2: **Bei gleichen Basen wird die Basis mit der Summe oder der Differenz der Exponenten potenziert:**

$$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)} \quad \text{oder} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$$

Beispiele:

$$5^3 \cdot 5^2 = 5^{(3+2)} = 5^5 = 3\,125$$

$$4^5 : 4^3 = \frac{4^5}{4^3} = 4^{(5-3)} = 4^2 = 16$$

Regel 3: **Bei gleichen Exponenten wird das Produkt oder der Quotient der Basen mit dem Exponenten potenziert:**

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \quad \text{oder} \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Beispiele:

$$2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$$

$$6^4 : 3^4 = \left(\frac{6}{3}\right)^4 = 2^4 = 16$$

1.4.4 Potenzieren und Radizieren

Potenzieren

Regel 4: **Ein Produkt wird potenziert, indem jeder Faktor einzeln potenziert wird:**

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

z. B.: $(2a)^2 = 2^2 \cdot a^2 = 4a^2$

Regel 5: **Ein Bruch wird potenziert, indem Zähler und Nenner einzeln mit dem Exponenten potenziert werden:**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

z. B.: $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

Regel 6: **Eine Potenz wird potenziert, indem die Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert wird:**

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

z. B.: $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$

Radizieren

Radizieren ist die Umkehrung vom Potenzieren. Es gelten alle Potenzregeln.

„x hoch n gleich a" $x^n = a \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt[n]{a} = x$ „n-te Wurzel aus a"

z. B.: $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt[4]{16} = 2$ „4-te Wurzel aus 16"

Wurzelexponent $\rightarrow \sqrt[n]{a} \leftarrow$ **Radikand**

$\sqrt[2]{\ } \Rightarrow$ Quadratwurzel wird ohne Wurzelexponent $\left(\sqrt{\ }\right)$ geschrieben: $\sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = 3$