

1 Grundkenntnisse der technischen Mathematik

1.1 Bruchrechnen

1.1.1 Darstellung von Brüchen

Brüche entstehen bei der Division

von ganzen Zahlen

$$\text{z. B.: } \frac{1}{2}, \frac{6}{7}, \frac{9}{11},$$

von Variablen

$$\text{z. B.: } \frac{a}{b}, \frac{bd}{c}, \frac{x}{mn},$$

von Variablen und Zahlen

$$\text{z. B.: } \frac{3}{b}, \frac{a}{4}, \frac{2x}{3y},$$

Kennzeichnung eines Bruches

$$\text{Bruch} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} \quad \text{allgemein: } \frac{a}{b} = a : b$$

Kürzen

Werden Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert, ändert sich der Wert des Bruches nicht.

z. B.: Kürzen von $\frac{3}{9}$ durch 3:

$$\frac{3}{9} = \frac{3:3}{9:3} = \frac{1}{3}$$

Erweitern

Werden Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert, ändert sich der Wert des Bruches nicht.

z. B.: Erweitern von $\frac{3}{4}$ mit 5:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

1.1.2 Addition und Subtraktion

Gleichnamige Brüche

Regel 1: Der gemeinsame Nenner wird zum Hauptnenner, die Zähler werden addiert oder subtrahiert.

$$\text{Beispiel: } \frac{3}{7} + \frac{5}{7} - \frac{4}{7} = \frac{3+5-4}{7} = \frac{4}{7}$$

Ungleichnamige Brüche

Regel 2: Der Hauptnenner wird ermittelt, die Zähler entsprechend erweitert, dann addiert oder subtrahiert.

$$\text{Beispiel: } \frac{1}{4} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 6 + 7 \cdot 3 - 4 \cdot 5}{24} = \frac{7}{24}$$

Vorzeichenregeln

$$-\left(+\frac{a}{b}\right) = -\frac{a}{b}$$

$$\text{z. B.: } -\left(+\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$+\left(-\frac{a}{b}\right) = -\frac{a}{b}$$

$$\text{z. B.: } +\left(-\frac{5}{7}\right) = -\frac{5}{7}$$

$$-\left(-\frac{a}{b}\right) = +\frac{a}{b}$$

$$\text{z. B.: } -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

$$\text{z. B.: } \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

$$\text{z. B.: } \frac{6}{-7} = -\frac{6}{7}$$

$$\frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b}$$

$$\text{z. B.: } \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

1.1.3 Multiplikation

Ganze Zahl mal Bruch

Regel 3: Die ganze Zahl wird mit dem Zähler multipliziert, der Nenner bleibt erhalten.

$$\text{Beispiel: } 4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 3}{7} = \frac{12}{7} = 1 \frac{5}{7}$$

Bruch mal Bruch

Regel 4: Die Zähler sowie die Nenner werden getrennt miteinander multipliziert.

$$\text{Beispiel: } \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}$$

Ganze Zahl mal gemischte Zahl

Regel 5: Die gemischte Zahl wird in einen unechten Bruch umgewandelt und nach Regel 3 multipliziert.

$$\text{Beispiel: } 5 \cdot 4 \frac{3}{4} = 5 \cdot \frac{19}{4} = \frac{95}{4} = 23 \frac{3}{4}$$

Gemischte Zahl mal gemischte Zahl

Regel 6: Die gemischten Zahlen werden in unechte Brüche umgewandelt und nach Regel 4 multipliziert.

$$\text{Beispiel: } 2 \frac{1}{4} \cdot 1 \frac{6}{7} = \frac{9}{4} \cdot \frac{13}{7} = \frac{117}{28} = 4 \frac{5}{28}$$

1.1.4 Division

Bruch durch ganze Zahl

Regel 7: Der Nenner wird mit der ganzen Zahl multipliziert, der Zähler bleibt erhalten.

$$\text{Beispiel: } \frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}$$

Ganze Zahl durch Bruch

Regel 8: Die ganze Zahl wird mit dem Kehrwert des Bruches multipliziert.

$$\text{Beispiel: } 4 : \frac{3}{5} = 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$$

Zwei Brüche oder Doppelbrüche

Regel 9: Der erste Bruch wird mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert.

$$\text{Beispiel: } \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

Regel 9': Der Zählerbruch wird mit dem Kehrwert des Nennerbruches multipliziert.

$$\text{Beispiel: } \frac{4}{3} : \frac{5}{8} = \frac{4}{3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{32}{15} = 2 \frac{2}{15}$$