

1 Grundkenntnisse der technischen Mathematik

1.1 Bruchrechnen

1.1.1 Darstellung von Brüchen

Brüche entstehen bei der Division

von ganzen Zahlen

$$\text{z. B.: } \frac{1}{2}; \frac{6}{7}; \frac{9}{11};$$

von Variablen

$$\text{z. B.: } \frac{a}{b}; \frac{bd}{c}; \frac{x}{mn};$$

von Variablen und Zahlen

$$\text{z. B.: } \frac{3}{b}; \frac{a}{4}; \frac{2x}{3y};$$

Kennzeichnung eines Bruches

$$\text{Bruch} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} \quad \text{allgemein: } \frac{a}{b} = a : b$$

Kürzen

Werden Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert, ändert sich der Wert des Bruches nicht.

z. B.: Kürzen von $\frac{3}{9}$ durch 3:

$$\frac{3}{9} = \frac{3 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

Erweitern

Werden Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert, ändert sich der Wert des Bruches nicht.

z. B.: Erweitern von $\frac{3}{4}$ mit 5:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

1.1.2 Addition und Subtraktion

Gleichnamige Brüche

Regel 1: Der gemeinsame Nenner wird zum Hauptnenner, die Zähler werden addiert oder subtrahiert.

$$\text{Beispiel: } \frac{3}{7} + \frac{5}{7} - \frac{4}{7} = \frac{3+5-4}{7} = \frac{4}{7}$$

Ungleichnamige Brüche

Regel 2: Der Hauptnenner wird ermittelt, die Zähler entsprechend erweitert, dann addiert oder subtrahiert.

$$\text{Beispiel: } \frac{1}{4} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 6 + 7 \cdot 3 - 4 \cdot 5}{24} = \frac{7}{24}$$

Vorzeichenregeln

$$- \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{-a}{b}$$

$$+ \left(\frac{-a}{b} \right) = \frac{-a}{b}$$

$$- \left(\frac{a}{b} \right) = + \frac{a}{b}$$

$$\text{z. B.: } - \left(\frac{3}{4} \right) = - \frac{3}{4}$$

$$\text{z. B.: } + \left(\frac{-5}{7} \right) = - \frac{5}{7}$$

$$\text{z. B.: } - \left(- \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$\frac{a}{-b} = - \frac{a}{b}$$

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

$$\text{z. B.: } \frac{-4}{5} = - \frac{4}{5}$$

$$\text{z. B.: } \frac{6}{-7} = - \frac{6}{7}$$

$$\text{z. B.: } \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

1.1.3 Multiplikation

Ganze Zahl mal Bruch

Regel 3: Die ganze Zahl wird mit dem Zähler multipliziert, der Nenner bleibt erhalten.

Beispiel:

$$4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 3}{7} = \frac{12}{7} = 1 \frac{5}{7}$$

Ganze Zahl mal gemischte Zahl

Regel 5: Die gemischte Zahl wird in einen unechten Bruch umgewandelt und nach Regel 3 multipliziert.

Beispiel:

$$5 \cdot 4 \frac{3}{4} = 5 \cdot \frac{19}{4} = \frac{95}{4} = 23 \frac{3}{4}$$

Bruch mal Bruch

Regel 4: Die Zähler sowie die Nenner werden getrennt miteinander multipliziert.

Beispiel:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}$$

Gemischte Zahl mal gemischte Zahl

Regel 6: Die gemischten Zahlen werden in unechte Brüche umgewandelt und nach Regel 4 multipliziert.

Beispiel:

$$2 \frac{1}{4} \cdot 1 \frac{6}{7} = \frac{9}{4} \cdot \frac{13}{7} = \frac{117}{28} = 4 \frac{5}{28}$$

1.1.4 Division

Bruch durch ganze Zahl

Regel 7: Der Nenner wird mit der ganzen Zahl multipliziert, der Zähler bleibt erhalten.

Beispiel:

$$\frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}$$

Ganze Zahl durch Bruch

Regel 8: Die ganze Zahl wird mit dem Kehrwert des Bruches multipliziert.

Beispiel:

$$4 : \frac{3}{5} = 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$$

Zwei Brüche oder Doppelbrüche

Regel 9: Der erste Bruch wird mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert.

Beispiel:

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

Beispiel:

$$\frac{4}{3} : \frac{4}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{32}{15} = 2 \frac{2}{15}$$