

# Brüche

### 1.1.1

## Darstellung von Brüchen

Brüche entstehen bei der Division

von ganzen Zahlen

$$\text{z. B.: } \frac{1}{2}; \frac{6}{7}; \frac{9}{11};$$

von Variablen

$$\text{z. B.: } \frac{a}{b}; \frac{bd}{c}; \frac{x}{mn};$$

von Variablen und Zahlen

$$\text{z. B.: } \frac{3}{b}; \frac{a}{4}; \frac{2x}{3y};$$

### Kennzeichnung eines Bruches

$$\text{Bruch} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$$

$$\text{allgemein: } \frac{a}{b} = a : b$$

### Kürzen

Werden Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert, ändert sich der Wert des Bruches nicht.

z. B.: Kürzen von 3/9 durch 3:

$$\frac{3}{9} = \frac{3 : 3}{9 : 3} = \frac{1}{3}$$

### Erweitern

Werden Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert, ändert sich der Wert des Bruches nicht.

z. B.: Erweitern von 3/4 mit 5:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$

## 1.1.2 Addition und Subtraktion

### Gleichnamige Brüche

**Regel 1:** Der gemeinsame Nenner wird zum Hauptnenner, die Zähler werden addiert oder subtrahiert.

Beispiel:  
 $\frac{3}{7} + \frac{5}{7} - \frac{4}{7} = \frac{3+5-4}{7} = \frac{4}{7}$

### Ungleichnamige Brüche

**Regel 2:** Der Hauptnenner wird ermittelt, die Zähler entsprechend erweitert, dann addiert oder subtrahiert.

Beispiel:  
 $\frac{1}{4} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 6 + 7 \cdot 3 - 4 \cdot 5}{24} = \frac{7}{24}$

### Vorzeichenregeln

$$-\left(+\frac{a}{b}\right) = -\frac{a}{b}$$

$$+\left(-\frac{a}{b}\right) = -\frac{a}{b}$$

$$-\left(-\frac{a}{b}\right) = +\frac{a}{b}$$

$$\text{z.B.: } -\left(+\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$\text{z.B.: } +\left(-\frac{5}{7}\right) = -\frac{5}{7}$$

$$\text{z.B.: } -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

$$\frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b}$$

$$\text{z.B.: } \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$\text{z.B.: } \frac{6}{-7} = -\frac{6}{7}$$

$$\text{z.B.: } \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

### 1.1.3

## Multiplikation

### Ganze Zahl mal Bruch

**Regel 3:** Die ganze Zahl wird mit dem Zähler multipliziert, der Nenner bleibt erhalten.

Beispiel:

$$4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 3}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

### Ganze Zahl mal gemischte Zahl

**Regel 5:** Die gemischte Zahl wird in einen unechten Bruch umgewandelt und nach Regel 3 multipliziert.

Beispiel:

$$5 \cdot 4\frac{3}{4} = 5 \cdot \frac{19}{4} = \frac{95}{4} = 23\frac{3}{4}$$

### Bruch mal Bruch

**Regel 4:** Die Zähler sowie die Nenner werden getrennt miteinander multipliziert.

Beispiel:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}$$

### Gemischte Zahl mal gemischte Zahl

**Regel 6:** Die gemischten Zahlen werden in unechte Brüche umgewandelt und nach Regel 4 multipliziert.

Beispiel:

$$2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{6}{7} = \frac{9}{4} \cdot \frac{13}{7} = \frac{117}{28} = 4\frac{5}{28}$$

## 1.1.4

### Division

#### Bruch durch ganze Zahl

*Regel 7:* Der Nenner wird mit der ganzen Zahl multipliziert, der Zähler bleibt erhalten.

*Beispiel:*

$$\frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}$$

#### Ganze Zahl durch Bruch

*Regel 8:* Die ganze Zahl wird mit dem Kehrwert des Bruches multipliziert.

*Beispiel:*

$$4 : \frac{3}{5} = 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

#### Zwei Brüche oder Doppelbrüche

*Regel 9:* Der erste Bruch wird mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert.

*Beispiel:*

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

*Regel 9':* Der Zählerbruch wird mit dem Kehrwert des Nennerbruches multipliziert.

*Beispiel:*

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{8} = \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{3} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$$

# Beispiele

Kürzen:

$$\frac{18xy}{9y} = \cancel{2x}$$

Erweitern:

$$\frac{ab}{2c} = \frac{ab*3y}{2c*3y} = \frac{3aby}{6cy}$$

Addition und Subtraktion:

$$2,4m + 3,4n - 1\frac{1}{3}m - 2\frac{1}{4}n =$$

$$2\frac{4}{10}m + 3\frac{4}{10}n - 1\frac{1}{3}m - 2\frac{1}{4}n =$$

$$\frac{24}{10}m - \frac{4}{3}m + \frac{34}{10}n - \frac{9}{4}n =$$

$$\frac{72}{30}m - \frac{40}{30}m + \frac{68}{20}n - \frac{45}{20}n =$$

$$\frac{32}{30}m + \frac{23}{20}n =$$

$$1\frac{2}{30}m - 1\frac{3}{20}n =$$

$$1\frac{1}{15}m - 1\frac{3}{20}n$$

## Multiplikation:

$$\frac{6ax}{-15c} * \frac{3bc}{2ax} =$$

$$\frac{18abcx}{-30acx} =$$

$$-\frac{3b}{5}$$

Division:

$$-\frac{5x}{6y} : \frac{-5}{3y} =$$

$$-\frac{5x}{6y} * \left(-\frac{3y}{5}\right) =$$

$$\frac{15xy}{30y} =$$

$$\frac{1x}{2} =$$

$$\frac{x}{2} =$$

$$\frac{1}{2}X$$